

УДК 622.868.42:[001.891.54:5]
© В.Г. Агеев, Г.И. Пештибай, 2017

В.Г. АГЕЕВ

д-р техн. наук, директор
НИИГД «Респиратор» МЧС ДНР,
г. Донецк
e-mail: respirator@mail.dnmchs.ru



Г.И. ПЕШТИБАЙ

начальник отдела
НИИГД «Респиратор» МЧС ДНР,
г. Донецк
e-mail: niigd.osmas@mail.ru



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВЗРЫВОУСТОЙЧИВОЙ ПЕРЕМЫЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГОРНОГО ДАВЛЕНИЯ БЕЗ УЧЕТА ДЕЙСТВИЯ ВОЗДУШНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

Обеспечение безопасной и эффективной работы горноспасателей при локализации взрывов метана, угольной пыли и пожаров является первоочередной задачей при проведении аварийно-спасательных работ. Разработана математическая модель первоначального напряженно-деформированного состояния взрывоустойчивой перемычки под действием горного давления, результаты исследований которой позволят определить основную техническую характеристику — минимальную толщину, обеспечивающую ее прочность и устойчивость.

Ключевые слова: ГОРНАЯ ВЫРАБОТКА, ВЗРЫВОУСТОЙЧИВАЯ ПЕРЕМЫЧКА, РАСЧЕТНАЯ СХЕМА, ВАРИАЦИОННЫЙ МЕТОД, НАГРУЗКА, НАПРЯЖЕНИЕ, УСТОЙЧИВОСТЬ.

Среди опасностей горного производства наиболее тяжелыми по своим последствиям по-прежнему остаются аварии, связанные с воспламенением метана и угольной пыли, которые в большинстве случаев носят характер катастроф. Поэтому целью локализации взрывов метана и угольной пыли в подземных горных выработках является максимально возможное ограничение области распространения фронта пламени и ударно-воздушной волны.

Исследованиям по определению параметров воздушных ударных волн (УВ) при взрывах газов и пыли в горных выработках посвящено большое количество работ, на основании их результатов определено безопасное давление во фронте УВ, обеспечивающее применение оборудования для возведения перемычек [1].

Изоляция пожаров в шахтах, опасных по взрывам газа и угольной пыли, производится, как правило, взрывоустойчивыми перемыч-

ками с проемными металлическими трубами для проветривания аварийной выработки, возведенными гидромеханическим способом [2, 3]. Основной технической характеристикой взрывоустойчивой перемычки, от которой зависит трудоемкость ее возведения и безопасность горноспасателей при ликвидации аварий, является толщина.

В работе [1] приведена расчетная схема взрывоустойчивой перемычки с проемными металлическими трубами в виде плиты с радиусом, меняющимся по параболической зависимости или полуокружности, с зашпеленными краями по основному контуру и свободным краем в верхней ее части. Плита находится под воздействием нормальной нагрузки от действия воздушных УВ и сжимающей — от разрушенных пород на ограниченной площади. Для решения задачи использован вариационный метод теории упругости, в результате чего получена номограмма для определения толщины взрывоустойчивой перемычки, изготовленной из строительного или высокопрочного гипсов, в зависимости от глубины возведения и площади сечения выработки.

Следует отметить, что в работе [1] не учитывается воздействие на взрывоустойчивую перемычку горного давления, не рассмотрены граничные условия крепления в виде шарнирного крепления; основным материалом для возведения перемычки принимается строительный и высокопрочный гипс; не рассматривается вопрос широкого использо-

вания малокомпонентных составов на основе цементных вяжущих с применением отходов промышленного производства с ранними и сверхранними сроками твердения. При этом приведены выражения для напряжений с учетом влияния отверстий, однако без крепления металлическими трубами, отсутствуют их результаты.

На основании полученных в дальнейшем результатов исследований, проведенных в Донецком национальном техническом университете, с использованием моделирования методом эквивалентных материалов установлено, что влиянием проемных труб на напряженное состояние можно пренебречь, так как деформации пластины с ними и без них практически одинаковы.

Целью исследований является разработка математической модели напряженно-деформированного состояния взрывоустойчивой перемычки под действием горного давления для обеспечения ее прочности и, в дальнейшем, безопасной работы горноспасателей при локализации взрывов метана, угольной пыли и пожаров.

Основные задачи — разработка расчетной схемы и математической модели напряженно-деформированного состояния взрывоустойчивой перемычки под действием горного давления.

Рассмотрим расчетную схему перемычки в виде изотропной пластины под действием сжимающей силы от горного давления (рис. 1).

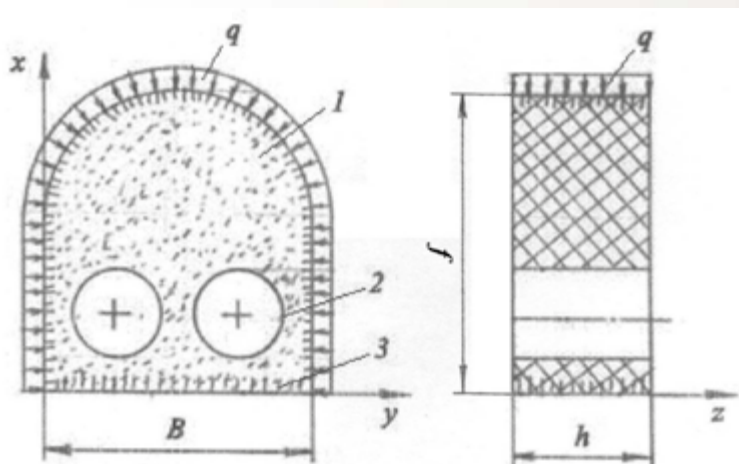


Рис. 1. Расчетная схема взрывоустойчивой перемычки: а — в плане; б — вид сбоку; 1 — перемычка; 2 — проемная труба; 3 — контур жесткого или шарнирного крепления; q — нагрузка

Для вывода основных уравнений примем следующие предположения:

- рассматриваются малые упругие деформации пластины;
- внешние слои не сближаются и подчинены гипотезе Кирхгофа-Лява;
- влиянием проемных металлических труб на напряженное состояние пластины пренебрегаем.

В данном случае деформации в любой точке срединной поверхности изотропной пластины, находящейся посередине ее толщины, имеют вид [4]

$$\begin{aligned} \varepsilon_x = \varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y}; \\ \varepsilon_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \end{aligned} \quad (1)$$

где u, v — перемещения срединной поверхности в направлении x и y соответственно.

Закон Гука для деформаций примет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_x = (\sigma_x - \nu\sigma_y)/E; \quad \varepsilon_y = (\sigma_y - \nu\sigma_x)/E; \quad \varepsilon_{xy} = \\ = \tau_{xy}/G; \quad G = E/2(1+\nu), \end{aligned} \quad (2)$$

где E, G — соответственно модули упругости и сдвига, МПа, коэффициент Пуассона.

Решая систему уравнений (2) относительно компонент напряжений, получим

$$\begin{aligned} \sigma_x = E/\Delta(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2); \quad \sigma_y = E/\Delta(\nu\varepsilon_1 + \varepsilon_2); \\ \tau_{xy} = G\varepsilon_{12}; \quad \Delta = 1 - \nu^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Интегрируя выражения (3) по толщине пластины, получим уравнения для внутренних погонных усилий в срединной поверхности

$$\begin{aligned} T_1 = Eh/\Delta(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2); \quad T_2 = Eh/\Delta(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1); \\ T_{12} = Gh\varepsilon_{12}. \end{aligned} \quad (4)$$

Решая соотношения (4) относительно компонент деформаций, получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 = (Eh)^{-1}(T_1 - \nu T_2); \quad \varepsilon_2 = (Eh)^{-1}(T_2 - \nu T_1); \\ \varepsilon_{12} = (Gh)^{-1}T_{12}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для решения задачи используем один из основных методов теории упругости — энергетический с учетом вариационного исчисления [5].

В соответствии с принципом возможных перемещений вариация полной энергии деформированной пластины равна нулю в состоянии равновесия, то есть

$$\delta\mathfrak{D} = \delta U + \delta V = 0, \quad (6)$$

где $\delta U, \delta V$ — вариация соответственно потенциальной энергии и потенциала внешней нагрузки.

В данном случае вариацию потенциала внешней нагрузки запишем в виде

$$\delta V = -\delta \iint q u ds = -\delta \iint q v ds, \quad q = \gamma H, \quad (7)$$

где интегралы вычисляются в пределах

$$0 \leq x \leq R = \frac{\left[B^2 \left(1 + \frac{16f^2}{B^2} \left(1 - \frac{2y}{B} \right)^2 \right) \right]^{3/2}}{8f}; \quad 0 \leq y \leq B, \quad (8)$$

R — радиус перемычки, имеющей параболическую форму, м; y, H — усредненный удельный вес вышележащих горных пород, Н/м³, и глубина возведения перемычки, м.

Вариация потенциальной энергии деформации срединной поверхности равна

$$\delta U = \iint (T_1 \delta \varepsilon_1 + T_2 \delta \varepsilon_2 + T_{12} \delta \varepsilon_{12}) ds. \quad (9)$$

Интеграл в выражении (9) представим в виде

$$\begin{aligned} \delta U = \delta \iint (T_1 \varepsilon_1 + T_2 \varepsilon_2 + T_{12} \varepsilon_{12}) ds + \\ + \iint (\varepsilon_1 \delta T_1 + \varepsilon_2 \delta T_2 + \varepsilon_{12} \delta T_{12}) ds. \end{aligned} \quad (10)$$

Такая запись приведет к вариационному уравнению, в котором будут варьироваться не только деформации, как в выражении (10), но и усилия в срединной поверхности. При этом решение задачи получим в напряжениях.

Подставляя деформации в срединной поверхности по зависимостям (1) и интегрируя по частям, преобразуем выражение

$$\begin{aligned} \delta I_1 = \delta \iint (T_1 \varepsilon_1 + T_2 \varepsilon_2 + T_{12} \varepsilon_{12}) ds - \delta \iint q u ds = \\ = -\delta \iint \left(\frac{\partial}{\partial y} T_1 + \frac{\partial}{\partial y} T_{12} \right) u ds - \\ - \delta \iint \left(\frac{\partial}{\partial y} T_2 + \frac{\partial}{\partial x} T_{12} + q v \right) ds. \end{aligned} \quad (11)$$

Контурные интегралы в выражении (11) равны нулю, так как на защемленных краях пластины отсутствуют перемещения в двух

направлениях, а при шарнирном ее креплении — одно из перемещений и усилие.

Введем функцию усилий в срединной поверхности

$$T_1 = \Phi''_{yy} + U^*; T_2 = \Phi''_{xx} + U^*; T_{12} = -\Phi''_{xy}, \quad (12)$$

где использованы краткие обозначения вторых производных в прямоугольных координатах: функция U^* — потенциал внешней нагрузки, удовлетворяющий соотношению

$$q = -dU^* / dx. \quad (13)$$

Тогда выражение (10) с учетом (5) и (12) примет вид

$$\begin{aligned} \delta I_2 = & 1/2 \delta \iint \left(A_{11} T_1^2 + 2A_{12} T_1 T_2 + A_{22} T_2^2 + A_{12}^* T_{12}^2 \right) ds = \\ = & 1/2 (Eh)^{-1} \delta \iint \left[\Phi''_{xx}{}^2 - 2\nu \Phi''_{xx} \Phi''_{yy} + \Phi''_{yy}{}^2 + 2(1+\nu) \Phi''_{xy}{}^2 + \right. \\ & \left. + 2(1-\nu) \Phi''_{xx} U^* + 2(1-\nu) \Phi''_{yy} U^* + 2U^{*2} \right] ds. \end{aligned} \quad (14)$$

Подставляя (14) в (6), для полной энергии пластины получим

$$\delta \mathcal{E} = \frac{1}{2Eh} \delta \iint \left[L(\Phi, \Phi) + L(\Phi, U^*) \right] ds. \quad (15)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} L(\Phi, \Phi) = & \Phi''_{xx}{}^2 - 2\nu \Phi''_{xx} \Phi''_{yy} + \Phi''_{yy}{}^2 + 2(1+\nu) \Phi''_{xy}{}^2; \\ L(\Phi, U^*) = & U^* \left[(1+\nu) (\Phi''_{xx} + \Phi''_{yy} + 2U^*) \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Искомую функцию представим в виде

$$\Phi(x, y) = \sum_{j=1}^m b_j p_j(x) q_j(y), \quad (17)$$

где b_j — неопределенные параметры; p_j, q_j — заданные координатные функции, зависящие от граничных условий.

Введем безразмерные величины и константы по формулам

$$x = f\bar{x}, y = B\bar{y}, U^* = U_0^* \bar{U}^*, \Phi = \Phi_0 \bar{\Phi},$$

$$U_0^* = \frac{\gamma HB}{8t}; t = \frac{f}{B};$$

$$\bar{U}^* = \left[1 + 16t^2(1 - 2\bar{y})^2 \right]^{3/2}; \quad \Phi_0 = Eh; c_0 = \frac{\Phi_0}{U_0}. \quad (18)$$

Подставляя выражения (17) в (15), приравнявая к нулю производные по параметру от интеграла по срединной поверхности и опуская черту в обозначениях безразмерных величин, получим алгебраическое уравнение вида

$$c_0 \sum_{j=1}^m b_j \iint \sum_{r=1}^5 P_r Q_r ds + \sum_{r=1}^2 T_r^* ds = 0. \quad (19)$$

Входящие величины в уравнении (19) имеют вид

$$\begin{aligned} P_1 = & p_i'' p_j''; P_2 = p_i'' p_j; P_3 = p_i p_j''; \\ P_4 = & p_i p_j; P_5 = p_i' p_j'; \\ Q_1 = & q_i q_j; Q_2 = \nu q_i q_j''; Q_3 = \nu q_i'' q_j; \\ \nu q_i'' q_j; & Q_4 = q_i'' q_j''; Q_5 = 2(1-\nu) q_i' q_j'; \\ T_1^* = & p_i'' p_i U^*; T_2^* = q_i'' q_i U^*, i = \overline{1, m}. \end{aligned} \quad (20)$$

Интегралы в (19) вычисляются в пределах

$$0 \leq \bar{x} \leq \left[1 + 16t^2(1 - 2\bar{y})^2 \right]^{3/2}; 0 \leq \bar{y} \leq 1. \quad (21)$$

Подставляя выражения (5), (12), (17) в (3) с учетом (18), получим уравнения для определения напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_x = & -\frac{U_0^*}{\Delta \cdot h} \left\{ \left[(1-\nu^2) c_0 \sum_{j=1}^m b_j p_j q_j'' \right] + U^* \right\}; \\ \sigma_y = & -\frac{U_0^*}{\Delta \cdot h} \left\{ \left[(1-\nu^2) c_0 \sum_{j=1}^m b_j p_j'' q_j \right] + U^* \right\}; \\ \tau_{xy} = & -\frac{1}{h} \Phi_0 \sum_{j=1}^m b_j p_j' q_j'. \end{aligned} \quad (22)$$

Координатные функции можно представлять по методу Ритца или Бубнова-Галёркина [3].

В первом случае, чтобы приближенные решения, отыскиваемые по этому методу, при увеличении числа параметров сходились с точными, необходимо задать систему координатных функций, обладающих следующими свойствами:

- они должны удовлетворять кинематическим, существенным условиям крепления пластины;

- взятые в любом конечном числе, они должны быть линейно независимыми;

– их система должна быть полна по энергии, а сами функции — непрерывны вместе с первыми производными и иметь интегрируемые квадраты вторых производных.

Во втором случае координатные функции должны удовлетворять всем граничным условиям.

При использовании ЭВМ существенным преимуществом применения координатных функций в виде степенных полиномов является минимальный расход машинного времени на вычисления значений этих функций и их производных, а также простота программирования.

Исходя из принятых граничных условий для жесткого крепления пластины, ввиду их симметрии, в качестве координатных функций приняты полиномы, коэффициенты которых приведены в табл. 1, а для шарнирного крепления — в табл. 2.

Устойчивость взрывоустойчивой перемычки в упругой области будет обеспечена, если при критической нагрузке не возникнут перемещения в рассматриваемом теле, превышающие нормативные их значения. С другой стороны, интенсивность напряжений σ , МПа в любой точке, как для плоского напряженного состояния, не будет превышать предел пропорциональности $\sigma_{\text{пл}}$ [4]:

Таблица 1

Коэффициенты полиномов p_j, q_j для жесткого крепления пластины

p_j, q_j	x^0, y^0	x^1, y^1	x^2, y^2	x^3, y^3	x^4, y^4	x^5, y^5	x^6, y^6
p^1, q^1	1	-6	6	–	–	–	–
p^2, q^2	-1	12	-30	20	–	–	–
p^3, q^3	1	-20	90	-140	70	–	–
p^4, q^4	-1	30	-210	560	-630	252	–
p^5, q^5	1	-42	420	-1680	3150	-2772	924

Таблица 2

Коэффициенты полиномов p_j, q_j для шарнирного крепления пластины

p_j, q_j	x^2, y^2	x^3, y^3	x^4, y^4	x^5, y^5	x^6, y^6	x^7, y^7	x^8, y^8
p^1, q^1	1	-2	1	–	–	–	–
p^2, q^2	-1	4	-5	2	–	–	–
p^3, q^3	–	-1	3	-3	1	–	–
p^4, q^4	–	1	-5	9	-7	2	–
p^5, q^5	–	–	1	-4	6	-4	1

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_y \sigma_x + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} \leq \sigma_{\text{пл}}. \quad (23)$$

Вывод

1. Рассмотрена расчетная схема взрывоустойчивой перемычки в виде изотропной пластины с радиусом, меняющимся по параболическому закону, с жестким креплением или шарнирным креплением, под действием равномерно распределенной нагрузки по контуру от горного давления.

2. Разработана математическая модель первоначального напряженно-деформиро-

ванного состояния перемычки в зависимости от ее геометрических параметров, механических характеристик материалов и глубины возведения, результаты исследований которой позволят определить основную техническую характеристику — минимальную толщину, обеспечивающую ее прочность и устойчивость.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агеев В.Г. Взрывозащита при изоляции пожаров в угольных шахтах. — Донецк: Арпи, 2014. — 338 с.
2. Паращевин В.Ф. Способы крепления проемных труб при возведении взрывоустойчивой перемычки / В.Ф. Паращевин, Э.Г. Чайковская, Д.Ф. Золотарева // Горноспасательное дело: сб. науч. тр. / НИИГД «Респиратор». — Донецк, 2012. — Вып. 49. — С. 55–60.
3. Пештибай Г.И. Применение современных материалов для возведения изолирующих взрывоустойчивых сооружений / Г.И. Пештибай, Э.Г. Чайковская, А.М. Луганский // Горноспасательное дело: сб. науч. тр. / НИИГД «Респиратор». — Донецк, 2010. — Вып. 47. — С. 25–34.
4. Методы решений краевых задач в горной геомеханике / И.А. Ефремов, С.Н. Александров, И.Ф. Марийчук, С.В. Подкопаев и др. — Донецк: НОУЛИДЖ, 2013. — 291 с.
5. Моделирование физических процессов в горном производстве / С.В. Борщевский, С.А. Калякин, К.Н. Лабинский, И.Ф. Марийчук и др. — Донецк: ООО «Цифровая типография», 2016. — 250 с.

UDC 622.868.42:[001.891.54:5]

© V.G. Ageev, G.I. Peftibaj, 2017

V.G. Ageev

Doctor of Technical Sciences, Director
NIIGD «Respirator» EMERCOM
Donetsk People's Republic, Donetsk
e-mail: respirator@mail.dnmchs.ru

G.I. Peftibaj

Head of Department
NIIGD «Respirator» EMERCOM
Donetsk People's Republic, Donetsk
e-mail: niigd.osmas@mail.ru

THE MATHEMATICAL MODEL OF INITIAL STRESS-STRAIN STATE OF AN EXPLOSION-PROOF STOPPING UNDER THE ROCK PRESSURE WITHOUT INCLUDING AIR SHOCK WAVE

The high-priority problem during the rescue works is to ensure safe and efficient operation of mine rescuers during the isolation of methane explosion, coal dust and fire explosions. The mathematical model of initial stress-strain state under the influence of rock pressure is developed. The research results allow determining the stopping main technical characteristic — the minimum thickness, ensuring its strength and stability.

Key words: HEADING, EXPLOSION-PROOF STOPPING, MATHEMATICAL MODEL, VARIATIONAL METHOD, LOAD, STRAIN, STABILITY.

REFERENCES

1. Ageev V.G. Vzryvozaschita pri izolyatsii pozharov v ugolnykh shakhtakh (Explosion protection during the fire isolation in coal mines). Donetsk: Arpi, 2014. 338 p.
2. Parashchevin V.F. Sposoby krepeleniya proemnykh trub pri vozvedenii vzryvoustoychivoy peremychki (Bonding technique for pipe going through explosion-proof stopping) / V.F. Parashchevin,

E.G. CHaykovskaya, D.F. Zolotareva // Gornospasatel'noe delo: sb. nauch. tr. / NIIGD «Respirator». Donetsk, 2012. Iss. 49. pp. 55–60.

3. Peftibay G.I. Primenenie sovremennykh materialov dlya vozvedeniya izoliruyushchikh vzryvoustoychivyykh sooruzheniy (Advanced materials for isolating explosion-proof constructions) / G.I. Peftibay, E.G. Chaykovskaya, A.M. Luganskiy // Gornospasatel'noe delo: sb. nauch. tr. / NIIGD «Respirator». Donetsk, 2010. Iss. 47. pp. 25–34.

4. Metody resheniy kraevykh zadach v gornoy geomekhanike (Methods for solving the boundary problems in mining geomechanics) / I.A. Efremov, S.N. Aleksandrov, I.F. Mariychuk, S.V. Podkopaev i dr. Donetsk: NOULIDZH, 2013. 291 p.

5. Modelirovanie fizicheskikh protsessov v gornom proizvodstve (Physical process simulation in mining) / S.V. Borshchevskiy, S.A. Kalyakin, K.N. Labinskiy, I.F. Mariychuk i dr. Donetsk: OOO «TSifrovaya tipografiya», 2016. 250 p.